第３章　二次方程式（解法①　平方根の考え方）　全国入試過去問

1 次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=36$　　(2)　$x^2=3$　　(3)　$x^2=12$

2 次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=5$　　(2)　$2x^2=16$　　(3)　$\frac{1}{2}x^2=9$

(　　)組(　　)番　名前(　　)

3 次の方程式を解きなさい。

(1)　$2x^2-28=0$　　(2)　$2x^2+9=10$

4 次の方程式を解きなさい。

(1)　$(x+2)^2=5$　　(2)　$(x+1)^2-2=0$　　(3)　$(x-3)^2-16=0$

第３章　二次方程式（解法②　平方根の考え方２）　全国入試過去問

1 次の方程式を解きなさい。

$(x+1)^2-4=0$

2 2 次方程式 $(x+1)^2-9=0$ を解きなさい。

3 2 次方程式 $(x+4)^2-5=0$ を解きなさい。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 2 次方程式 $(x-1)^2-3=0$ を解け。

5 2 次方程式 $(x+1)^2=7$ を解け。

6 2 次方程式 $6(x-3)^2=30$ を解きなさい。

第３章　二次方程式（解法③　解の公式）　全国入試過去問

1 2 次方程式 $x^2+x-12=0$ を解きなさい。

2 2 次方程式 $x^2-4x-21=0$ を解きなさい。

3 2 次方程式 $x^2+8x+6=0$ を解きなさい。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 次の方程式を解きなさい。

$$x^2+2x-5=0$$

5 2 次方程式 $x^2-4x-3=0$ を解きなさい。

6 2 次方程式 $x^2-8x+9=0$ の解は $\boxed{}$ である。

$\boxed{7}$ 2 次方程式 $3x^2+x-1=0$ を解きなさい。

$\boxed{8}$ 2 次方程式 $2x^2-5x-4=0$ を解きなさい。

$\boxed{9}$ 次の 2 次方程式を解きなさい。

$$(x+2)^2=3x+5$$

$\boxed{10}$ 2 次方程式 $4x^2-8x-3=0$ の解は，$\boxed{}$ である。

$\boxed{11}$ 2 次方程式 $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=x$ を解きなさい。

$\boxed{12}$ 2 次方程式 $\sqrt{5}x^2+x+2=x^2+\sqrt{5}x+2\sqrt{5}$ を解け。

5 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)^2=9$　(2) $(x-3)^2=25$　(3) $(a+4)^2=81$

(4) $(x-5)^2=\frac{16}{9}$　(5) $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$　(6) $\left(x-\frac{5}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$

6 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-1)^2-36=0$　(2) $(x+5)^2-25=0$　(3) $(x+4)^2-12=0$

(4) $(x+3)^2-45=0$　(5) $5(x-6)^2-90=0$　(6) $4(x+3)^2-32=0$

第３章　二次方程式（解法①　平方根の考え方）　全国入試過去問

1 次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=36$　　(2)　$x^2=3$　　(3)　$x^2=12$

＋－をつけ忘れない

解説

(1)　$x^2=36$

x は 2 乗して 36 になる数であるから，36 の平方根である。よって　$x=\pm 6$

(2)　$x^2=3$

x は 2 乗して 3 になる数であるから，3 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{3}$

√をつける場合

(3)　$x^2=12$

x は 2 乗して 12 になる数であるから，12 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{12}$

したがって　$x=\pm 2\sqrt{3}$

√の中の数が大きい場合　○√△にする（簡略化）

2 次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=5$　　(2)　$2x^2=16$　　(3)　$\frac{1}{2}x^2=9$

解説

(1)　$x^2=5$

x は 2 乗して 5 になる数であるから，5 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{5}$

(2)　$2x^2=16$

両辺を 2 でわると　$x^2=8$

x^2の係数を 1にする

x は 2 乗して 8 になる数であるから，8 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{8}$

したがって　$x=\pm 2\sqrt{2}$

(3)　$\frac{1}{2}x^2=9$

両辺に 2 をかけると　$x^2=18$

x は 2 乗して 18 になる数であるから，18 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{18}$

したがって　$x=\pm 3\sqrt{2}$

$2\,\underline{)\,18}$
$3\,\underline{)\,9}$
3

$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times 2}$
$=\sqrt{3^2}\times\sqrt{2}$
$=3\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(　　)組(　　)番　名前(　　)

3 次の方程式を解きなさい。

(1)　$2x^2-28=0$　　(2)　$2x^2+9=10$

1 先に数を −28を右辺に移項する

2 x^2の係数をかけるか割るかして1にする。

3 平方根をとる。

解説

(1)　$2x^2-28=0$

$2x^2=28$

$x^2=14$

$x=\pm\sqrt{14}$

(2)　$2x^2+9=10$

$2x^2=1$

$x^2=\frac{1}{2}$

$x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

$x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ (※)

(※)の流れ

$\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$
$=\pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}}$
$=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$
$=\pm\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

4 次の方程式を解きなさい。

(1)　$(x+2)^2=5$　　(2)　$(x+1)^2-2=0$　　(3)　$(x-3)^2-16=0$

解説

(1)　$(x+2)^2=5$

$x+2$ は 5 の平方根であるから　$x+2=\pm\sqrt{5}$

よって　$x=-2\pm\sqrt{5}$

$x=\pm\sqrt{5}-2$ でも良い

(2)　$(x+1)^2-2=0$

-2 を移項すると　$(x+1)^2=2$　　$x+1$ は 2 の平方根であるから

$x+1=\pm\sqrt{2}$　　よって　$x=-1\pm\sqrt{2}$

(3)　$(x-3)^2-16=0$　-16 を移項すると　$(x-3)^2=16$

$x-3$ は 16 の平方根であるから　$x-3=\pm 4$　$x=3\pm 4$

$x=3+4$ から　$x=7$，$x=3-4$ から　$x=-1$

よって　$x=7,\ -1$

$x=3+4$ と $x=3-4$ という意味。

5 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)^2=9$　(2) $(x-3)^2=25$　(3) $(a+4)^2=81$

(4) $(x-5)^2=\frac{16}{9}$　(5) $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$　(6) $\left(x-\frac{5}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$

解説

(1) $(x-2)^2=9$

$x-2=\pm 3$

すなわち　$x-2=3$　または　$x-2=-3$　よって　$x=5,\ -1$

(2) $(x-3)^2=25$

$x-3=\pm 5$

すなわち　$x-3=5$　または　$x-3=-5$　よって　$x=8,\ -2$

(3) $(a+4)^2=81$

$a+4=\pm 9$

すなわち　$a+4=9$　または　$a+4=-9$　よって　$a=5,\ -13$

(4) $(x-5)^2=\frac{16}{9}$

$x-5=\pm\frac{4}{3}$　※

(※) $x-5=\pm\sqrt{\frac{16}{9}}$

$=\pm\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}=\pm\frac{4}{3}$

すなわち　$x-5=\frac{4}{3}$　または　$x-5=-\frac{4}{3}$　よって　$x=\frac{19}{3},\ \frac{11}{3}$

(5) $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

$x-\frac{2}{3}=\pm\frac{1}{3}$　※

(※) $x-\frac{2}{3}=\pm\sqrt{\frac{1}{9}}$

$=\pm\frac{1}{\sqrt{9}}=\pm\frac{1}{3}$

すなわち　$x-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$　または　$x-\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}$　よって　$x=1,\ \frac{1}{3}$

(6) $\left(x-\frac{5}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$

$x-\frac{5}{9}=\pm\frac{2}{9}$　※

(※) $x-\frac{5}{9}=\pm\sqrt{\frac{4}{81}}$

$=\pm\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{81}}=\pm\frac{2}{9}$

すなわち　$x-\frac{5}{9}=\frac{2}{9}$　または　$x-\frac{5}{9}=-\frac{2}{9}$　よって　$x=\frac{7}{9},\ \frac{1}{3}$

6 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-1)^2-36=0$　(2) $(x+5)^2-25=0$　(3) $(x+4)^2-12=0$

(4) $(x+3)^2-45=0$　(5) $5(x-6)^2-90=0$　(6) $4(x+3)^2-32=0$

解説

(1) $(x-1)^2-36=0$

$(x-1)^2=36$

$x-1=\pm 6$

$x-1=\pm\sqrt{36}$

$=\pm 6$

$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$

すなわち　$x-1=6$　または　$x-1=-6$

よって　$x=7,\ -5$

(2) $(x+5)^2-25=0$

$(x+5)^2=25$

$x+5=\pm 5$

$x+5=\pm\sqrt{25}$

$=\pm 5$

$\begin{array}{r|l} 5 & 25 \\ & 5 \end{array}$

すなわち　$x+5=5$　または　$x+5=-5$

よって　$x=0,\ -10$

(3) $(x+4)^2-12=0$

$(x+4)^2=12$

$x+4=\pm 2\sqrt{3}$

$x=-4\pm 2\sqrt{3}$

$x+4=\pm\sqrt{12}$

$=\pm 2\sqrt{3}$

$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ & 3 \end{array}$

(4) $(x+3)^2-45=0$

$(x+3)^2=45$

$x+3=\pm 3\sqrt{5}$

$x=-3\pm 3\sqrt{5}$

$x+3=\pm\sqrt{45}$

$=\pm 3\sqrt{5}$

$\begin{array}{r|l} 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ & 5 \end{array}$

(5) $5(x-6)^2-90=0$

$5(x-6)^2=90$

$(x-6)^2=18$

$x-6=\pm 3\sqrt{2}$

$x=6\pm 3\sqrt{2}$

$x-6=\pm\sqrt{18}$

$=\pm 3\sqrt{2}$

$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$

(6) $4(x+3)^2-32=0$

$4(x+3)^2=32$　÷4

$(x+3)^2=8$

$x+3=\pm 2\sqrt{2}$　$x=-3\pm 2\sqrt{2}$

$x+3=\pm\sqrt{8}$

$=\pm 2\sqrt{2}$

$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ & 2 \end{array}$

第３章　二次方程式（解法②　平方根の考え方２）　全国入試過去問

1 次の方程式を解きなさい。

$(x+1)^2-4=0$

$(x+1)^2-4=0$

左辺の −4 を右辺に移項

$(x+1)^2=4$

$x+1$ は 4 の平方根

$x+1=\pm 2$

左辺の +1 を右辺に移項

$x=-1\pm 2$

$x=1,\ -3$

$x=-1+2=1$, $x=-1-2=-3$

2 2 次方程式 $(x+1)^2-9=0$ を解きなさい。

$(x+1)^2-9=0$

$(x+1)^2=9$

$x+1$ は 9 の平方根であるから

$x+1=\pm 3$

よって　$x=-4,\ 2$

$x=-1\pm 3$

$x=-1+3=2$, $x=-1-3=-4$

3 2 次方程式 $(x+4)^2-5=0$ を解きなさい。

$(x+4)^2-5=0$

$(x+4)^2=5$

$x+4$ は 5 の平方根であるから

$x+4=\pm\sqrt{5}$

よって　$x=-4\pm\sqrt{5}$

$x=-4+\sqrt{5}$, $x=-4-\sqrt{5}$ というように 2つ書いても良いです。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 2 次方程式 $(x-1)^2-3=0$ を解け。

$(x-1)^2-3=0$

$(x-1)^2=3$

$x-1$ は 3 の平方根であるから

$x-1=\pm\sqrt{3}$

よって　$x=1\pm\sqrt{3}$

5 2 次方程式 $(x+1)^2=7$ を解け。

$(x+1)^2=7$

$x+1$ は 7 の平方根であるから

$x+1=\pm\sqrt{7}$

よって　$x=-1\pm\sqrt{7}$

6 2 次方程式 $6(x-3)^2=30$ を解きなさい。

$6(x-3)^2=30$

両辺を 6 でわると

$(x-3)^2=5$

$x-3=\pm\sqrt{5}$

$x=3\pm\sqrt{5}$

$a(x-b)^2=c$

$(x-b)^2=\frac{c}{a}$

$x-b=\pm\sqrt{\frac{c}{a}}$

$x=b\pm\sqrt{\frac{c}{a}}$

第３章　二次方程式（解法③　解の公式）　全国入試過去問

1 2 次方程式 $x^2+x-12=0$ を解きなさい。

$ax^2+bx+c=0$ と比較

$a=1,\ b=1,\ c=-12$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

に代入

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-12)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{2}$$

$\sqrt{49}$

$$=\frac{-1\pm7}{2}$$

$$x=\frac{-1+7}{2},\ \frac{-1-7}{2}$$

$$x=3,\ -4$$

$$x^2+x-12=0$$

左辺を因数分解すると

$$(x+4)(x-3)=0$$

$$x+4=0 \quad \text{または} \quad x-3=0$$

よって　$x=-4,\ 3$

2 2 次方程式 $x^2-4x-21=0$ を解きなさい。

$$x^2-4x-21=0$$

左辺を因数分解すると

$$(x+3)(x-7)=0$$

$$x+3=0 \quad \text{または} \quad x-7=0$$

よって　$x=-3,\ 7$

3 2 次方程式 $x^2+8x+6=0$ を解きなさい。

$$x^2+8x+6=0$$

解の公式により　$x=\dfrac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times1\times6}}{2\times1}$

$$=\frac{-8\pm2\sqrt{10}}{2}$$

$$=-4\pm\sqrt{10}$$

2　$a=1,\ b=-4,\ c=-21$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-21)}}{2\times1}$$

$\sqrt{100}$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16+84}}{2}$$

$$=\frac{4\pm10}{2}$$

$$x=\frac{14}{2},\ \frac{-6}{2}$$

$$=7,\ -3$$

（　　）組（　　）番　名前（　　）

4 次の方程式を解きなさい。

$$x^2+2x-5=0$$

$$x^2+2x-5=0$$

解の公式により　$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$

$$=\frac{-2\pm2\sqrt{6}}{2}$$

$$=-1\pm\sqrt{6}$$

約分するときは

-2 と $2\sqrt{6}$

同時に約分

5 2 次方程式 $x^2-4x-3=0$ を解きなさい。

$$x^2-4x-3=0$$

解の公式により　$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$

$$=\frac{4\pm2\sqrt{7}}{2}$$

$$=2\pm\sqrt{7}$$

6 2 次方程式 $x^2-8x+9=0$ の解は $\boxed{}$ である。

$$x^2-8x+9=0$$

解の公式により

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times9}}{2\times1}$$

$$=\frac{8\pm\sqrt{28}}{2}$$

$$=\frac{8\pm2\sqrt{7}}{2}$$

$$=4\pm\sqrt{7}$$

7 2 次方程式 $3x^2+x-1=0$ を解きなさい。

$$3x^2+x-1=0$$

解の公式により

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$$

8 2 次方程式 $2x^2-5x-4=0$ を解きなさい。

$$2x^2-5x-4=0$$

解の公式により $$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{57}}{4}$$

↖ $\bigcirc\sqrt{\triangle}$（簡略化）できるときは必ず行います。

9 次の 2 次方程式を解きなさい。

$$(x+2)^2=3x+5$$

$$(x+2)^2=3x+5$$

$$x^2+4x+4=3x+5$$

$$x^2+x-1=0$$

解の公式により $$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$(x+2)^2=x+2$ のように同じ式がある場合は，$x+2=M$ とおいて

$M^2=M$　　$M(M-1)=0$

$M^2-M=0$　　$(x+2)(x-3)=0$　　$x=-2,\ 3$

と，因数分解を利用する方法もあります。

10 2 次方程式 $4x^2-8x-3=0$ の解は，$\boxed{}$ である。

$$4x^2-8x-3=0$$

解の公式により $$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times4\times(-3)}}{2\times4}$$

$$=\frac{8\pm\sqrt{112}}{8}$$

$$=\frac{8\pm4\sqrt{7}}{8}$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{7}}{2}$$

11 2 次方程式 $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=x$ を解きなさい。

$$(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=x$$

$$x^2-3=x$$

$$x^2-x-3=0$$

解の公式により $$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$

12 2 次方程式 $\sqrt{5}x^2+x+2=x^2+\sqrt{5}x+2\sqrt{5}$ を解け。

$$\sqrt{5}x^2+x+2=x^2+\sqrt{5}x+2\sqrt{5}$$

$$(\sqrt{5}x^2-x^2)+(x-\sqrt{5}x)+(2-2\sqrt{5})=0$$

$$(\sqrt{5}-1)x^2-(\sqrt{5}-1)x-2(\sqrt{5}-1)=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$$(x+1)(x-2)=0$$

よって　$x=-1,\ 2$

第３章　二次方程式（解法①　平方根の考え方）

1 次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=36$　　(2)　$x^2=3$　　(3)　$x^2=12$

2 次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=5$　　(2)　$2x^2=16$　　(3)　$\frac{1}{2}x^2=9$

(　　)組(　　)番　名前(　　)

3 次の方程式を解きなさい。

(1)　$2x^2-28=0$　　(2)　$2x^2+9=10$

4 次の方程式を解きなさい。

(1)　$(x+2)^2=5$　　(2)　$(x+1)^2-2=0$　　(3)　$(x-3)^2-16=0$

5 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)^2=9$　(2) $(x-3)^2=25$　(3) $(a+4)^2=81$

(4) $(x-5)^2=\frac{16}{9}$　(5) $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$　(6) $\left(x-\frac{5}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$

6 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-1)^2-36=0$　(2) $(x+5)^2-25=0$　(3) $(x+4)^2-12=0$

(4) $(x+3)^2-45=0$　(5) $5(x-6)^2-90=0$　(6) $4(x+3)^2-32=0$

第３章　二次方程式（解法①　平方根の考え方）

1 次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=36$　　(2)　$x^2=3$　　(3)　$x^2=12$

＋，－をつけ忘れない

解説

(1)　$x^2=36$

x は 2 乗して 36 になる数であるから，36 の平方根である。よって　$x=\pm 6$

(2)　$x^2=3$

x は 2 乗して 3 になる数であるから，3 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{3}$

(3)　$x^2=12$

x は 2 乗して 12 になる数であるから，12 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{12}$

したがって　$x=\pm 2\sqrt{3}$

簡略化
○√△
までチェック

2 次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=5$　　(2)　$2x^2=16$　　(3)　$\frac{1}{2}x^2=9$

解説

(1)　$x^2=5$

x は 2 乗して 5 になる数であるから，5 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{5}$

(2)　$2x^2=16$

両辺を 2 でわると　$x^2=8$

x は 2 乗して 8 になる数であるから，8 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{8}$

したがって　$x=\pm 2\sqrt{2}$

(3)　$\frac{1}{2}x^2=9$

両辺に 2 をかけると　$x^2=18$

x は 2 乗して 18 になる数であるから，18 の平方根である。よって　$x=\pm\sqrt{18}$

したがって　$x=\pm 3\sqrt{2}$

(　　)組(　　)番　名前(　　)

3 次の方程式を解きなさい。

(1)　$2x^2-28=0$　　(2)　$2x^2+9=10$

解説

(1)　$2x^2-28=0$

$2x^2=28$

$x^2=14$

$x=\pm\sqrt{14}$

(2)　$2x^2+9=10$

$2x^2=1$

$x^2=\frac{1}{2}$

$x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

$x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

基本的な流れは
一次方程式のときと変わらない。

4 次の方程式を解きなさい。

(1)　$(x+2)^2=5$　　(2)　$(x+1)^2-2=0$　　(3)　$(x-3)^2-16=0$

解説

(1)　$(x+2)^2=5$

$x+2$ は 5 の平方根であるから　$x+2=\pm\sqrt{5}$

よって　$x=-2\pm\sqrt{5}$

(2)　$(x+1)^2-2=0$

-2 を移項すると　$(x+1)^2=2$　　$x+1$ は 2 の平方根であるから

$x+1=\pm\sqrt{2}$　　よって　$x=-1\pm\sqrt{2}$

(3)　$(x-3)^2-16=0$　-16 を移項すると　$(x-3)^2=16$

$x-3$ は 16 の平方根であるから　$x-3=\pm 4$　$x=3\pm 4$

$x=3+4$ から　$x=7$，$x=3-4$ から　$x=-1$

よって　$x=7,\ -1$

(　)^2 ←平方の形は展開せずに利用すると速い。

√が入っていると
それ以上
まとめられない
が数字はまとめる。

5 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)^2=9$　(2) $(x-3)^2=25$　(3) $(a+4)^2=81$

(4) $(x-5)^2=\frac{16}{9}$　(5) $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$　(6) $\left(x-\frac{5}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$

解説

(1) $(x-2)^2=9$

$x-2=\pm 3$

すなわち　$x-2=3$　または　$x-2=-3$　よって　$x=5,\ -1$

(2) $(x-3)^2=25$

$x-3=\pm 5$

すなわち　$x-3=5$　または　$x-3=-5$　よって　$x=8,\ -2$

(3) $(a+4)^2=81$

$a+4=\pm 9$

すなわち　$a+4=9$　または　$a+4=-9$　よって　$a=5,\ -13$

(4) $(x-5)^2=\frac{16}{9}$

$x-5=\pm\frac{4}{3}$

$\pm\sqrt{\frac{16}{9}}=\pm\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}=\pm\frac{4}{3}$

すなわち　$x-5=\frac{4}{3}$　または　$x-5=-\frac{4}{3}$　よって　$x=\frac{19}{3},\ \frac{11}{3}$

(5) $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

$x-\frac{2}{3}=\pm\frac{1}{3}$

すなわち　$x-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$　または　$x-\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}$　よって　$x=1,\ \frac{1}{3}$

(6) $\left(x-\frac{5}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$

$x-\frac{5}{9}=\pm\frac{2}{9}$

すなわち　$x-\frac{5}{9}=\frac{2}{9}$　または　$x-\frac{5}{9}=-\frac{2}{9}$　よって　$x=\frac{7}{9},\ \frac{1}{3}$

6 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x-1)^2-36=0$　(2) $(x+5)^2-25=0$　(3) $(x+4)^2-12=0$

(4) $(x+3)^2-45=0$　(5) $5(x-6)^2-90=0$　(6) $4(x+3)^2-32=0$

解説

(1) $(x-1)^2-36=0$

$(x-1)^2=36$

$x-1=\pm 6$

すなわち　$x-1=6$　または　$x-1=-6$

よって　$x=7,\ -5$

(2) $(x+5)^2-25=0$

$(x+5)^2=25$

$x+5=\pm 5$

すなわち　$x+5=5$　または　$x+5=-5$

よって　$x=0,\ -10$

(3) $(x+4)^2-12=0$

$(x+4)^2=12$

$x+4=\pm 2\sqrt{3}$

$x=-4\pm 2\sqrt{3}$

(4) $(x+3)^2-45=0$

$(x+3)^2=45$

$x+3=\pm 3\sqrt{5}$

$x=-3\pm 3\sqrt{5}$

(5) $5(x-6)^2-90=0$

$5(x-6)^2=90$

$(x-6)^2=18$　÷5

$x-6=\pm 3\sqrt{2}$

$x=6\pm 3\sqrt{2}$

(6) $4(x+3)^2-32=0$

$4(x+3)^2=32$

$(x+3)^2=8$

$x+3=\pm 2\sqrt{2}$　　$x=-3\pm 2\sqrt{2}$

□( )^2 = ○

両辺を□で割って平方の形で解こう。

展開して解の公式だと時間がかかる!?

第３章　二次方程式（解法②　平方根の考え方２）

1 次の方程式を解きなさい。

$(x+1)^2-4=0$

2 2 次方程式 $(x+1)^2-9=0$ を解きなさい。

3 2 次方程式 $(x+4)^2-5=0$ を解きなさい。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 2 次方程式 $(x-1)^2-3=0$ を解け。

5 2 次方程式 $(x+1)^2=7$ を解け。

6 2 次方程式 $6(x-3)^2=30$ を解きなさい。

第３章　二次方程式（解法②　平方根の考え方２）

1 次の方程式を解きなさい。

$(x+1)^2-4=0$

$$(x+1)^2-4=0$$
$$(x+1)^2=4$$
$$x+1=\pm 2$$
$$x=-1\pm 2$$
$$x=1,\ -3$$

2 2 次方程式 $(x+1)^2-9=0$ を解きなさい。

$$(x+1)^2-9=0$$
$$(x+1)^2=9$$

$x+1$ は 9 の平方根であるから

$$x+1=\pm 3$$

よって　$x=-4,\ 2$

3 2 次方程式 $(x+4)^2-5=0$ を解きなさい。

$$(x+4)^2-5=0$$
$$(x+4)^2=5$$

$x+4$ は 5 の平方根であるから

$$x+4=\pm\sqrt{5}$$

よって　$x=-4\pm\sqrt{5}$

(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 2 次方程式 $(x-1)^2-3=0$ を解け。

$$(x-1)^2-3=0$$
$$(x-1)^2=3$$

$x-1$ は 3 の平方根であるから

$$x-1=\pm\sqrt{3}$$

よって　$x=1\pm\sqrt{3}$

5 2 次方程式 $(x+1)^2=7$ を解け。

$$(x+1)^2=7$$

$x+1$ は 7 の平方根であるから

$$x+1=\pm\sqrt{7}$$

よって　$x=-1\pm\sqrt{7}$

6 2 次方程式 $6(x-3)^2=30$ を解きなさい。

$$6(x-3)^2=30$$

両辺を 6 でわると

$$(x-3)^2=5$$
$$x-3=\pm\sqrt{5}$$
$$x=3\pm\sqrt{5}$$

第３章　二次方程式（解法③　解の公式）

1 2 次方程式 $x^2+x-12=0$ を解きなさい。

2 2 次方程式 $x^2-4x-21=0$ を解きなさい。

3 2 次方程式 $x^2+8x+6=0$ を解きなさい。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 次の方程式を解きなさい。

$$x^2+2x-5=0$$

5 2 次方程式 $x^2-4x-3=0$ を解きなさい。

6 2 次方程式 $x^2-8x+9=0$ の解は $\boxed{}$ である。

$\boxed{7}$ 2 次方程式 $3x^2+x-1=0$ を解きなさい。

$\boxed{8}$ 2 次方程式 $2x^2-5x-4=0$ を解きなさい。

$\boxed{9}$ 次の 2 次方程式を解きなさい。

$$(x+2)^2=3x+5$$

$\boxed{10}$ 2 次方程式 $4x^2-8x-3=0$ の解は，$\boxed{}$ である。

$\boxed{11}$ 2 次方程式 $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=x$ を解きなさい。

$\boxed{12}$ 2 次方程式 $\sqrt{5}x^2+x+2=x^2+\sqrt{5}x+2\sqrt{5}$ を解け。

第３章　二次方程式（解法③　解の公式）

1 2 次方程式 $x^2+x-12=0$ を解きなさい。

$$x^2+x-12=0$$

左辺を因数分解すると

$$(x+4)(x-3)=0$$

$$x+4=0 \quad \text{または} \quad x-3=0$$

よって　$x=-4,\ 3$

2 2 次方程式 $x^2-4x-21=0$ を解きなさい。

$$x^2-4x-21=0$$

左辺を因数分解すると

$$(x+3)(x-7)=0$$

$$x+3=0 \quad \text{または} \quad x-7=0$$

よって　$x=-3,\ 7$

3 2 次方程式 $x^2+8x+6=0$ を解きなさい。

$$x^2+8x+6=0$$

解の公式により

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times1\times6}}{2\times1}$$

$$=\frac{-8\pm2\sqrt{10}}{2}$$

$$=-4\pm\sqrt{10}$$

約分注意

8と2を

分母の2で同時

に割る

（　　）組（　　）番　名前（　　）

4 次の方程式を解きなさい。

$$x^2+2x-5=0$$

$$x^2+2x-5=0$$

解の公式により

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-2\pm2\sqrt{6}}{2}$$

$$=-1\pm\sqrt{6}$$

5 2 次方程式 $x^2-4x-3=0$ を解きなさい。

$$x^2-4x-3=0$$

解の公式により

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$$

$$=\frac{4\pm2\sqrt{7}}{2}$$

$$=2\pm\sqrt{7}$$

6 2 次方程式 $x^2-8x+9=0$ の解は $\boxed{}$ である。

$$x^2-8x+9=0$$

解の公式により

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times9}}{2\times1}$$

$$=\frac{8\pm\sqrt{28}}{2}$$

$$=\frac{8\pm2\sqrt{7}}{2}$$

$$=4\pm\sqrt{7}$$

7 2 次方程式 $3x^2+x-1=0$ を解きなさい。

$$3x^2+x-1=0$$

解の公式により

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}$$

8 2 次方程式 $2x^2-5x-4=0$ を解きなさい。

$$2x^2-5x-4=0$$

解の公式により $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}$

$$=\frac{5\pm\sqrt{57}}{4}$$

9 次の 2 次方程式を解きなさい。

$$(x+2)^2=3x+5$$

$$(x+2)^2=3x+5$$

$$x^2+4x+4=3x+5$$

$$x^2+x-1=0$$

解の公式により $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

10 2 次方程式 $4x^2-8x-3=0$ の解は，$\boxed{}$ である。

$$4x^2-8x-3=0$$

解の公式により $x=\dfrac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times4\times(-3)}}{2\times4}$

$$=\frac{8\pm\sqrt{112}}{8}$$

$$=\frac{8\pm4\sqrt{7}}{8}$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{7}}{2}$$

11 2 次方程式 $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=x$ を解きなさい。

$$(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=x$$

$$x^2-3=x$$

$$x^2-x-3=0$$

解の公式により $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$

$$=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$

12 2 次方程式 $\sqrt{5}x^2+x+2=x^2+\sqrt{5}x+2\sqrt{5}$ を解け。

$$\sqrt{5}x^2+x+2=x^2+\sqrt{5}x+2\sqrt{5}$$

$$(\sqrt{5}x^2-x^2)+(x-\sqrt{5}x)+(2-2\sqrt{5})=0$$

$$(\sqrt{5}-1)x^2-(\sqrt{5}-1)x-2(\sqrt{5}-1)=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$$(x+1)(x-2)=0$$

よって $x=-1,\ 2$

いつも通り
$ax^2+bx+c=0$
の形を目指すと
解法が見えてくる！

【応用問題】３年　２章平方根、３章二次方程式

1 自然数 a は 9 の倍数である。$\sqrt{216-a}$ が自然数となる最小の a は $\boxed{}$ である。

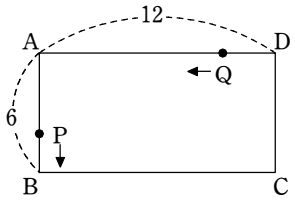
2 $x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ のとき，$4x^3+4x^2-2x-1$ の値を求めよ。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

3 2 次方程式 $x^2-ax+2a=0$ の解がただ 1 つになるとき，a の値をすべて求めなさい。

4 x についての 2 次方程式 $ax^2+bx+2=0$ の解の 1 つが $x=-1$ で，$a:b=3:1$ である。このとき，t についての 2 次方程式 $\frac{2}{3}at^2+3bt+2=0$ の解は，$t=$ ア $\boxed{}$ ，イ $\boxed{}$ である。

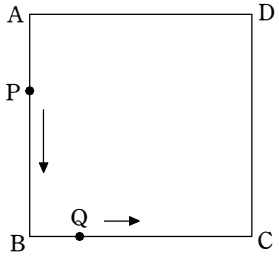
5 右の図のように縦が 6，横が 12 の長方形 ABCD と，この辺上を動く 2 点 P，Q があります。点 P は A を出発して毎秒 3 の速さで B を通って C まで動きます。点 Q は D を出発して毎秒 2 の速さで A まで動きます。ただし，2 点 P，Q は同時にそれぞれの出発地点を出発するとします。出発してから t 秒後の △APQ の面積を S として次の各問いに答えなさい。



(1) $2<t<6$ のとき，S を t を用いて表しなさい。

(2) $S=3$ となるときの t の値をすべて求めなさい。

6 右の図は1辺の長さが8 cmの正方形ABCDである。
2点P，Qは正方形の周上の点であり，はじめに，点Pは頂点A，点Qは頂点Bにある。
2点P，Qは同時にA，Bを出発し，点Pは毎秒2 cm，点Qは毎秒1 cmの速さで共に反時計回りに移動する。
このとき，次の□にあてはまる数値を答えなさい。



(1) 1秒後の△DPQの面積は，□ cm^2 である。

(2) t 秒後の△DPQの面積は，

$0 \leqq t < 4$ のとき，$t^2 -$ ア□ $t +$ イ□ cm^2 であり，

$4 \leqq t < 8$ のとき，$-$ ウ□ $t +$ エ□ cm^2 である。

(3) (2)の△DPQの面積が，26 cm^2 となる t の値は，$t =$ □ である。

【応用問題】３年　２章平方根、３章二次方程式

1 自然数 a は 9 の倍数である。$\sqrt{216-a}$ が自然数となる最小の a は $\boxed{}$ である。

n でも m でも良い。

k を整数として $a=9k$ と表すことができるから

$$\sqrt{216-a}=3\sqrt{24-k}$$

この値が自然数となる最小の k の値は，$24-k=16$ のときであるから

8

よって，求める a の値は　$9\times8=72$

k=1, 2, 3 ……と
していく中で一番最初
に $\sqrt{24-k}$
の $\sqrt{\ }$ が
外れるのが
$k=8$

2 $x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ のとき，$4x^3+4x^2-2x-1$ の値を求めよ。

$x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ であるから

$$2x=-1+\sqrt{5}$$

$$2x+1=\sqrt{5}$$

両辺を 2 乗すると

$$(2x+1)^2=(\sqrt{5})^2$$

$$4x^2+4x+1=5 \quad \cdots\cdots ①$$

よって　$4x^3+4x^2-2x-1=x(4x^2+4x-2)-1$

$$=x(4x^2+4x+1-3)-1$$

① を代入すると

$$x\times(5-3)-1=2x-1$$

$x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ を代入すると

$$2\times\frac{-1+\sqrt{5}}{2}-1=-1+\sqrt{5}-1$$

$$=-2+\sqrt{5}$$

① 式変形 → 値代入
② 値変形 → 式代入

↑ どちらかがシンプルな場合はこれでいけますが、

値，式両方複雑な場合は「両方変形」でいきます。

$4x^2+4x-4=0$
$x^2+x-1=0$
$x^2+x=1$ を代入しても良い。

代入
$4x(x^2+x)-2x-1$
$=4x\times1-2x-1$
$=2x-1=\cancel{2}\times\dfrac{-1+\sqrt{5}}{\cancel{2}}-1=-2+\sqrt{5}$

(　　)組(　　)番　名前(　　)

3 2 次方程式 $x^2-ax+2a=0$ の解がただ 1 つになるとき，a の値をすべて求めなさい。

$$x^2-ax+2a=0$$

解の公式により

$$x=\frac{-(-a)\pm\sqrt{(-a)^2-4\times1\times2a}}{2\times1}$$

$$=\frac{a\pm\sqrt{a^2-8a}}{2}$$

解がただ 1 つであるから

$$a^2-8a=0$$

$$a(a-8)=0$$

$$a=0,\ 8$$

$\dfrac{a\pm\sqrt{a^2-8a}}{2}$　ここが 0 になれば

$x=\dfrac{a}{2}$ となり解が 1 つとなります。

$\sqrt{a^2-8a}=0$　↓両辺2乗

$a^2-8a=0$

$\boxed{4}$ x についての 2 次方程式 $ax^2+bx+2=0$ の解の 1 つが $x=-1$ で，$a:b=3:1$ である。

このとき，t についての 2 次方程式 $\frac{2}{3}at^2+3bt+2=0$ の解は，$t=$ ア $\boxed{}$，イ $\boxed{}$ である。

$x=-1$ は $ax^2+bx+2=0$ の解であるから

$$a-b+2=0 \quad \cdots\cdots ①$$

$a:b=3:1$ より　$a=3b$　$\cdots\cdots$ ②

② を ① に代入して

$$3b-b+2=0$$
$$2b+2=0$$
$$b=-1$$

これを ② に代入して　$a=-3$

$\frac{2}{3}at^2+3bt+2=0$ に $a=-3$，$b=-1$ を代入して

$$-2t^2-3t+2=0$$

両辺に -1 をかけて

$$2t^2+3t-2=0$$

解の公式により

$$t=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{4}$$
$$=\frac{-3\pm5}{4}$$

$\frac{-3+5}{4}=\frac{1}{2}$，$\frac{-3-5}{4}=-2$ より，求める解は

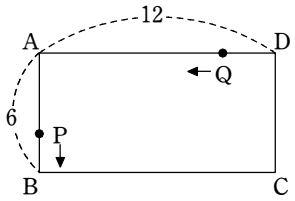
$$t=\frac{1}{2},\ -2$$

$x=-1$ を
$ax^2+bx+2=0$ に代入

$a:b=3:1$
$a\times1=3\times b$

よく使います。2次の項に「−」がついているときにです。

$\boxed{5}$ 右の図のように縦が 6，横が 12 の長方形 ABCD と，この辺上を動く 2 点 P，Q があります。点 P は A を出発して毎秒 3 の速さで B を通って C まで動きます。点 Q は D を出発して毎秒 2 の速さで A まで動きます。ただし，2 点 P，Q は同時にそれぞれの出発地点を出発するとします。出発してから t 秒後の △APQ の面積を S として次の各問いに答えなさい。



(1)　$2<t<6$ のとき，S を t を用いて表しなさい。

(2)　$S=3$ となるときの t の値をすべて求めなさい。

(1)　$2<t<6$ のとき，点 P は辺 BC 上を動き

$$AQ=12-2t$$

よって　$S=\frac{1}{2}\times(12-2t)\times6=36-6t$

(2)　$0\leqq t\leqq2$ のとき，点 P は辺 AB 上を動き

$$AP=3t,\ AQ=12-2t$$

よって　$S=\frac{1}{2}\times3t\times(12-2t)$

$$=3t(6-t)$$

このとき，$S=3$ となるとすると

$$3t(6-t)=3$$
$$t^2-6t+1=0$$
$$t=\frac{6\pm\sqrt{36-4}}{2}=3\pm2\sqrt{2}$$

$0\leqq t\leqq2$ であるから　$t=3-2\sqrt{2}$

$2<t<6$ のとき，$S=3$ となるとすると

$$36-6t=3$$
$$t=\frac{11}{2}$$

これは問題に適している。

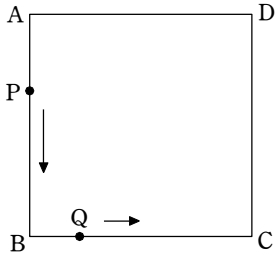
よって　$t=3-2\sqrt{2}$，$\frac{11}{2}$

状況が変わるポイントを見つける。
(今回は P が B を通る前後)
$t=2$ のところ

前後で場合分けをします。
・$2<t<6$
・$0\leqq t\leqq2$

Point
三角形の面積を求めるので 底辺 と 高さ を文字式で表すことを目指そう

6 右の図は1辺の長さが 8 cm の正方形 ABCD である。
2 点 P，Q は正方形の周上の点であり，はじめに，点 P は頂点 A，点 Q は頂点 B にある。
2 点 P，Q は同時に A，B を出発し，点 P は毎秒 2 cm，点 Q は毎秒 1 cm の速さで共に反時計回りに移動する。
このとき，次の □ にあてはまる数値を答えなさい。



(1) 1 秒後の △DPQ の面積は，□ cm^2 である。

(2) t 秒後の △DPQ の面積は，

$0 \leqq t < 4$ のとき，$t^2 -$ ア□ $t +$ イ□ cm^2 であり，

$4 \leqq t < 8$ のとき，$-$ ウ□ $t +$ エ□ cm^2 である。

(3) (2) の △DPQ の面積が，26 cm^2 となる t の値は，$t =$ □ である。

(1) 1 秒後は AP＝2 cm，BP＝6 cm，BQ＝1 cm，QC＝7 cm であるから

$$\triangle DPQ = (\text{正方形 ABCD}) - (\triangle APD + \triangle PBQ + \triangle CDQ)$$
$$= 8 \times 8 - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 8 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1 + \frac{1}{2} \times 7 \times 8\right)$$
$$= 64 - 39$$
$$= 25\ (cm^2)$$

(2) $0 \leqq t < 4$ のとき，$AP = 2t$，$PB = 8 - 2t$，$BQ = t$，$QC = 8 - t$ より

$$\triangle DPQ = 64 - \left\{\frac{1}{2} \times 2t \times 8 + \frac{1}{2} \times (8 - 2t) \times t + \frac{1}{2}(8 - t) \times 8\right\}$$
$$= 64 - (8t + 4t - t^2 + 32 - 4t)$$
$$= t^2 - 8t + 32\ (cm^2)$$

$4 \leqq t < 8$ のとき，点 P，Q ともに辺 BC 上にある。

$BP = 2t - 8$，$BQ = t$，$PQ = t - (2t - 8) = -t + 8$

よって　$\triangle DPQ = \frac{1}{2} \times (-t + 8) \times 8$

$$= -4t + 32\ (cm^2)$$

(3) $0 \leqq t < 4$ のとき

$$t^2 - 8t + 32 = 26$$
$$t^2 - 8t + 6 = 0$$

解の公式により

$$t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$$
$$= \frac{8 \pm \sqrt{40}}{2}$$
$$= \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$
$$= 4 \pm \sqrt{10}$$

$0 \leqq t < 4$ より　$t = 4 - \sqrt{10}$

$4 \leqq t < 8$ のとき

$$-4t + 32 = 26$$
$$4t = 6$$
$$t = \frac{3}{2}$$

$\frac{3}{2} < 4$ より，これは適さない。

よって，求める t の値は　$t = 4 - \sqrt{10}$

３年　１～３章　応用問題

1 $a+b=1$，$ab=-6$ のとき，a^2+b^2 の値を求めなさい。

2 $(2k)^2<n\leqq(2k+1)^2$ を満たす自然数 n の個数が 21 個となる自然数 k の値は，$\boxed{}$ である。

3 自然数 a を 8 で割ると 5 余り，自然数 b を 8 で割ると 4 余る。$a+b+ab$ を 8 で割ったときの余りを求めよ。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 $\sqrt{n}-\sqrt{2}$ の整数部分が 2 となる最小の自然数 n を求めよ。

5 さいころを 2 回投げて，出た目の数を順に a，b とする。2 次方程式 $ax^2+5x+b=0$ の解が有理数となる確率は $\boxed{}$ である。

３年　１～３章　応用問題

1 $a+b=1$，$ab=-6$ のとき，a^2+b^2 の値を求めなさい。

解説

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$

この式に $a+b=1$，$ab=-6$ を代入すると，求める式の値は

$$1^2-2\times(-6)=13$$

2 $(2k)^2<n\leqq(2k+1)^2$ を満たす自然数 n の個数が 21 個となる自然数 k の値は，$\boxed{}$ である。

解説

$(2k)^2=4k^2$

$(2k+1)^2=4k^2+4k+1$

n は $4k^2$ より大きく，$4k^2+4k+1$ 以下の自然数であるから，その個数は

$$(4k^2+4k+1)-4k^2=4k+1 \text{（個）}$$

よって　$4k+1=21$

$4k=20$

$k=5$

3 自然数 a を 8 で割ると 5 余り，自然数 b を 8 で割ると 4 余る。$a+b+ab$ を 8 で割ったときの余りを求めよ。

解説

$a=8m+5$，$b=8n+4$（m，n は 0 以上の整数）と表されるから

$$\begin{aligned}a+b+ab&=(8m+5)+(8n+4)+(8m+5)(8n+4)\\&=8m+8n+9+(64mn+32m+40n+20)\\&=64mn+40m+48n+29\\&=8(8mn+5m+6n+3)+5\end{aligned}$$

よって，$a+b+ab$ を 8 で割ったときの余りは　5

（　　）組（　　）番　名前（　　）

4 $\sqrt{n}-\sqrt{2}$ の整数部分が 2 となる最小の自然数 n を求めよ。

解説

$\sqrt{n}-\sqrt{2}$ の整数部分が 2 のとき

$$2\leqq\sqrt{n}-\sqrt{2}<3$$

これより　$2+\sqrt{2}\leqq\sqrt{n}<3+\sqrt{2}$

ここで，$1.4<\sqrt{2}<1.5$ であるから

$$3.4<2+\sqrt{2}\leqq\sqrt{n}<3+\sqrt{2}<4.5$$

$3.4^2=11.56$，$4.5^2=20.25$ より

$$\sqrt{11.56}<\sqrt{n}<\sqrt{20.25}$$

よって，求める最小の自然数は　$n=12$

5 さいころを 2 回投げて，出た目の数を順に a，b とする。2 次方程式 $ax^2+5x+b=0$ の解が有理数となる確率は $\boxed{}$ である。

解説

2 次方程式 $ax^2+5x+b=0$ の解は，解の公式により

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times a\times b}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{25-4ab}}{2a}$$

よって，2 次方程式 $ax^2+5x+b=0$ の解が有理数となるための条件は，$25-4ab$ が平方数となることである。

$25-4ab$ は奇数であるから，$25-4ab=1$ または $25-4ab=9$ となればよい。

$25-4ab=1$ のとき，$ab=6$ より　$(a,\ b)=(1,\ 6),\ (2,\ 3),\ (3,\ 2),\ (6,\ 1)$

$25-4ab=9$ のとき，$ab=4$ より　$(a,\ b)=(1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (4,\ 1)$

したがって，求める確率は　$\dfrac{7}{36}$